

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

23. lipnja 2014.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li $F(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = 2 \sin 2x$?
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-1}^2 (x^3 - 1)dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt{x + \sqrt{y}}$ oko $(x_0, y_0) = (5, 16)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.01$ i $\Delta y = -0.02$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = x^2 + 2x + 1$ i $y = 2x^2 + 6x + 4$ te pravcima $x = -1$ i $x = 0$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) 2xy' = 3 \quad (b) xy = y' + y^3$$

$$(c) y \sin x + yy' = 2x \quad (d) 3xy \cdot \arccos x = y' \sqrt{x}.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

23. lipnja 2014.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i) $\int_{-\infty}^0 \frac{e^{2x}}{e^{2x}+4} dx$, (5 bodova)

(ii) $\int 6 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} dx$. (5 bodova)

2. (i) Geometrijski interpretirajte integral $\int_1^4 |x^2 - 5x + 4| dx$. (4 boda)

(ii) Riješite integral pod (i). (6 bodova)

3. Zadana je funkcija:

$$f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \sqrt{3x^2 + 3y^2 - 3} + \arcsin \frac{x}{2} + \arcsin \frac{y}{2}$$

(i) Skicirajte domenu te funkcije. (5 bodova)

(ii) Izračunajte $f_{xx}(1, 3/2)$ i $f_{yy}(1, 3/2)$. (5 bodova)

4. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' = \frac{x^2}{3y + \sin y}.$$

(7 bodova)

- (ii) Riješite Cauchyjev problem

$$y' = \frac{x^2}{3y + \sin y}, \quad y(1) = \pi. \quad (3 \text{ boda})$$

5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y - e^x = 0.$$

(7 bodova)

- (ii) Riješite Cauchyjev problem

$$y'' - 4y - e^x = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3. \quad (3 \text{ boda})$$